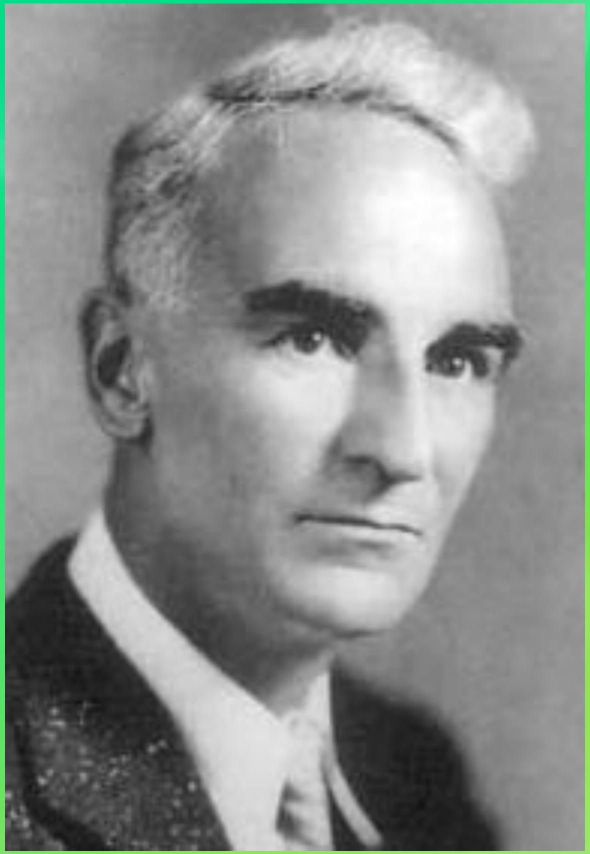
ПАРАЛЛЕЛОГРАММ ВАРИНЬОНА

Выполнила Ибадуллаева Севара

ученица 8 класса Б

МБОУ «СОШ №25»



- «Обладая литературой более обширной, чем алгебра и арифметика вместе взятые, и, по крайней мере, столь же обширной, как анализ, геометрия в большей степени, чем любой другой раздел математики, является богатейшей сокровищницей интереснейших, но полузабытых вещей, которыми спешащее поколение не имеет времени насладиться».

Э. Т. Белл.

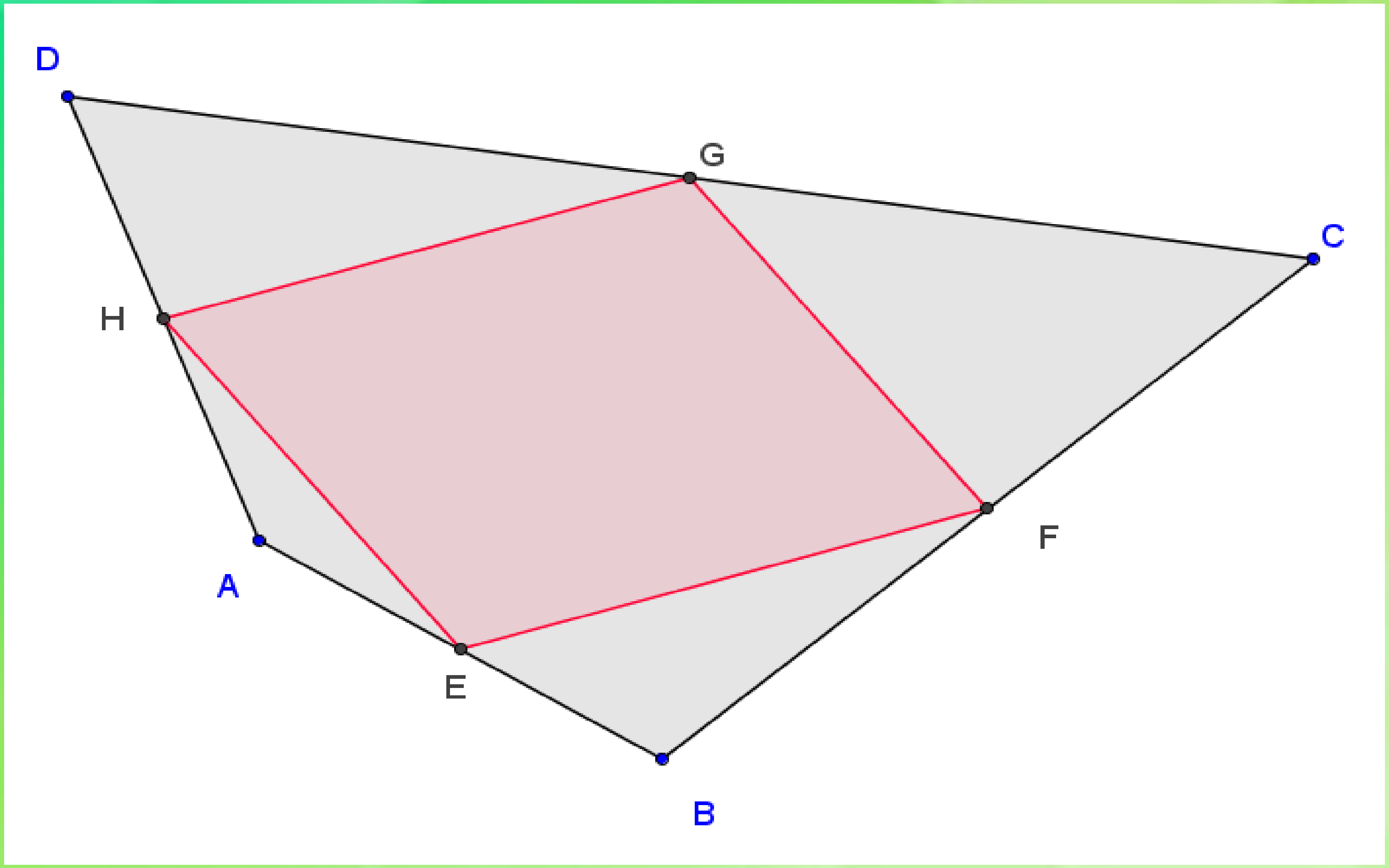
ПЬЕР ВАРИНЬОН.

Французский математик и механик, член французской Академии Наук, родился в 1654, в Канне.

Основные его работы относятся к геометрии, гидромеханике, теоретической механике, физике и статике. Далее около 1710 года, исходя из теории сложных движений, сформулировал закон параллелограмма.

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ ВАРИНЬОНА.

Параллелограмм Вариньона- это четырехугольник с вершинами в серединах сторон данного четырехугольника.

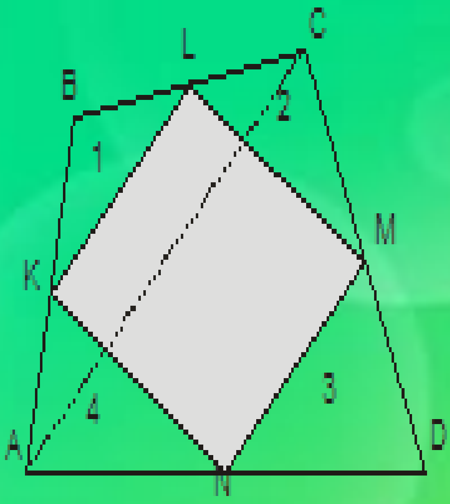


1. ТЕОРЕМА ВАРИНЬОНА.

Формулировка:

- *Фигура, образованная путем последовательного соединения середин сторон четырехугольника, является параллелограммом, а его площадь равна половине площади данного четырехугольника.*
- *Утверждение верно и для любой замкнутой четырехзвенной ломанной.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:



Дано: произвольный выпуклый четырехугольник ABCD;
AK=BK, BL=LC, CM=MD, AN=ND;
LMNK- четырехугольник; AC- диагональ.
Доказать: LMNK-параллелограмм.
Доказательство.
1.
Рассмотрим ΔACD. NM- средняя линия треугольника по определению, значит NM││AC и NM ½ AC;
Рассмотрим ΔABC. KL- средняя линия по определению, значит KL││AC и KL= ½ AC;
KL││AC, NM││AC=>KL││NM;
KL ½ AC, NM ½ AC=>KL=NM;
В четырехугольнике LMNK KL││NM и KL=NM значит LMNK- параллелограмм.

2.
Средние линии треугольников ABC и ACD отсекают от них треугольник(1 и 3), площадь которых в четыре раза меньше исходных треугольников. Поэтому сама сумма площадей первого и третьего треугольников равна четверти всего четырехугольника. То же и относительно суммы площадей второго и четвертого треугольников. Поэтому площадь четырехугольника LMNK равна половине площади четырехугольника ABCD.

ТЕОРЕМА ДОКАЗАНА.

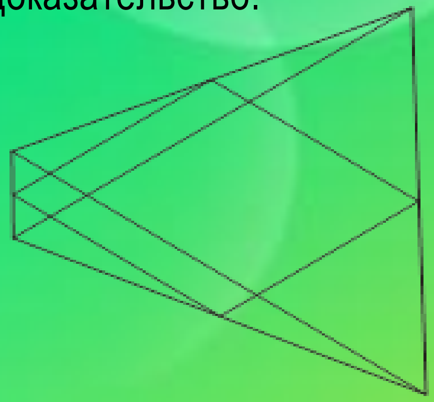
1.2. СЛЕДСТВИЯ ИЗ ТЕОРЕМЫ

- 1. Параллелограмм Вариньона является ромбом тогда и только тогда, когда в исходном четырехугольнике:

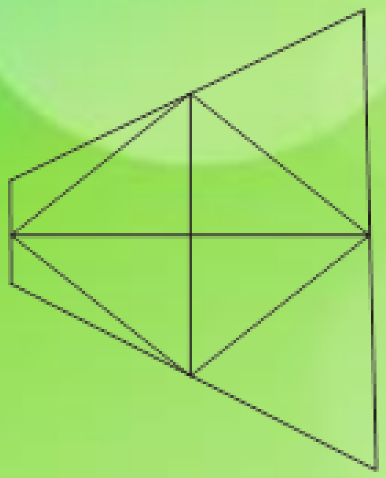
а) диагонали равны (см. рис. а);

б) бимедианы перпендикулярны(см. рис. б).

Доказательство.



а)



б)

а) Так как диагонали исходного четырехугольника равны, то стороны параллелограмма Вариньона будут равны (используя свойство средних линий треугольников, образованных при пересечении диагоналей исходного четырехугольника). Параллелограмм Вариньона является ромбом (по признаку ромба).

б) Бимедианы исходного четырехугольника – это диагонали параллелограмма Вариньона. Так как в параллелограмме диагонали перпендикулярны, то этот параллелограмм является ромбом (по признаку ромба).

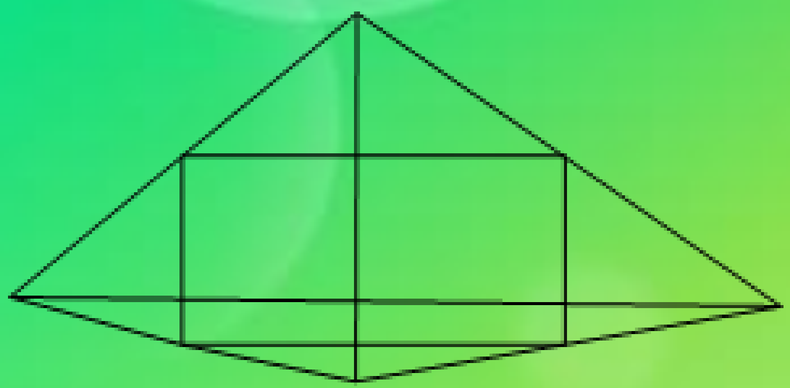
1.2. СЛЕДСТВИЯ ИЗ ТЕОРЕМЫ

- 2. Параллелограмм Вариньона является прямоугольником тогда и только тогда, когда в исходном четырехугольнике:

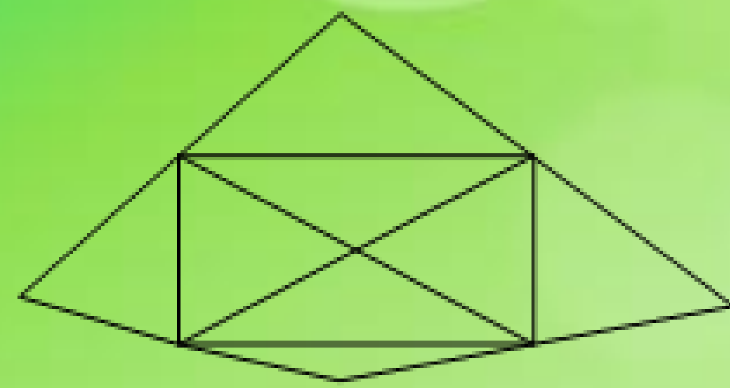
а) диагонали перпендикулярны (см. рис. а);

б) бимедианы равны (см. рис. б).

Доказательство.



а)



б)

а) Так как диагонали исходного четырехугольника перпендикулярны, то стороны параллелограмма Вариньона будут перпендикулярны. Тогда параллелограмм Вариньона является прямоугольником (по признаку прямоугольника).

б) Бимедианы исходного четырехугольника – это диагонали параллелограмма Вариньона. Так как в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм является прямоугольником (по признаку прямоугольника).

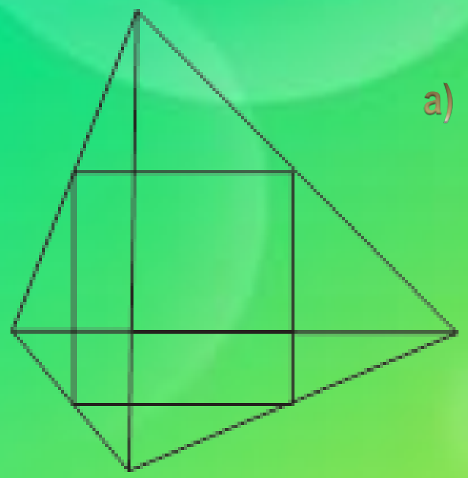
1.2. СЛЕДСТВИЯ ИЗ ТЕОРЕМЫ

- 3. Параллелограмм Вариньона является квадратом тогда и только тогда, когда в исходном четырехугольнике:

а) диагонали равны и перпендикулярны(см. рис. а);

б) бимедианы равны и перпендикулярны (см. рис. б).

Доказательство.

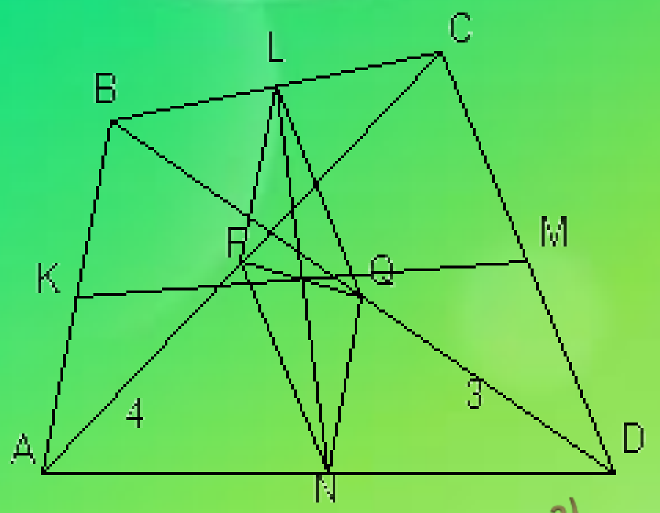


а) Так как диагонали исходного четырехугольника равны и перпендикулярны, то стороны параллелограмма Вариньона будут равны и перпендикулярны. Тогда параллелограмм Вариньона является квадратом (по признаку квадрата).

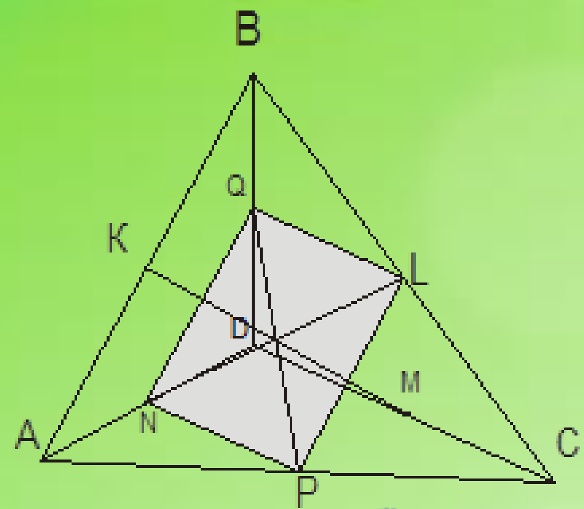
б) Бимедианы исходного четырехугольника – это диагонали параллелограмма Вариньона. Так как в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм является квадратом (по признаку квадрата).

1.2. СЛЕДСТВИЯ ИЗ ТЕОРЕМЫ

- **4**. Бимедианы четырехугольника и отрезок, соединяющий середины диагоналей, пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.



а)

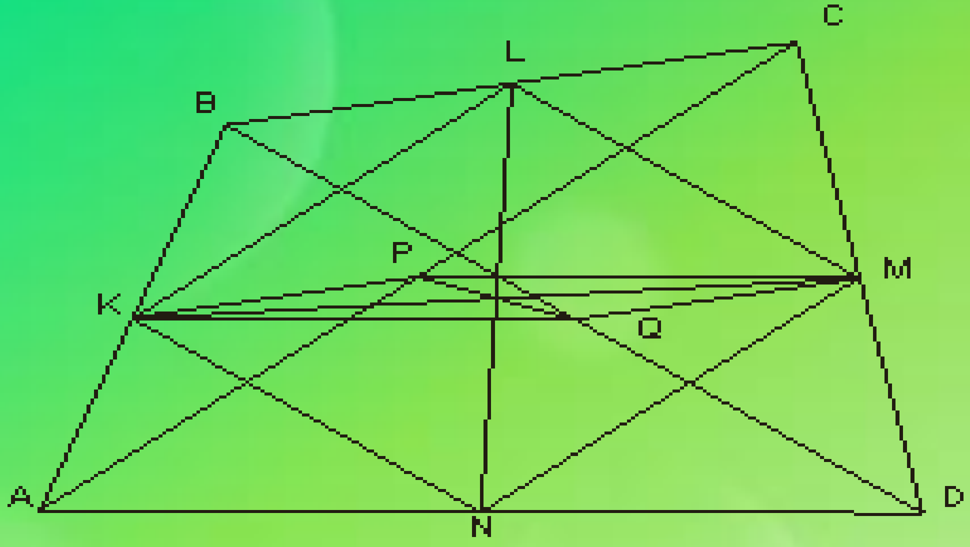


б)

1.2. СЛЕДСТВИЯ ИЗ ТЕОРЕМЫ

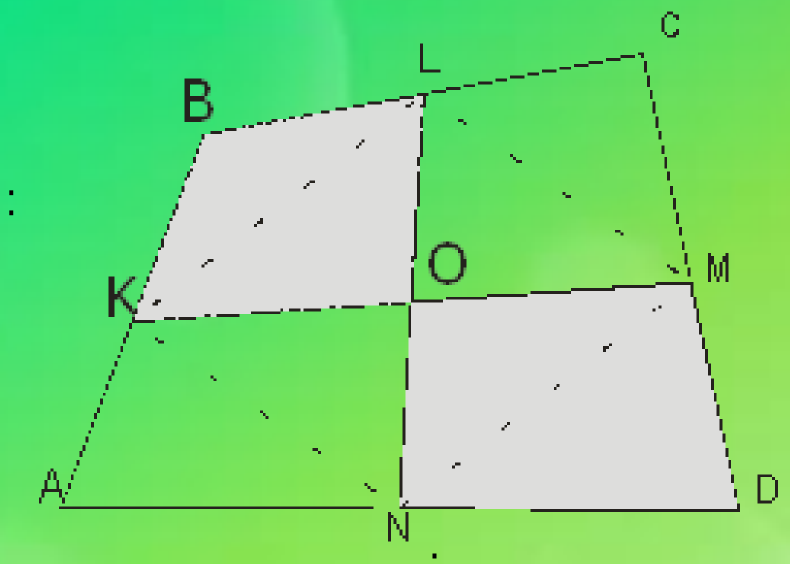
- 5. Теорема Эйлера. Для четырехугольника сумма квадратов всех сторон равна сумме квадратов диагоналей плюс учетверенный квадрат отрезка, соединяющего середины диагоналей, то есть

$$AB^2+BC^2+CD^2+AD^2=AC^2+BD^2+4PQ^2$$

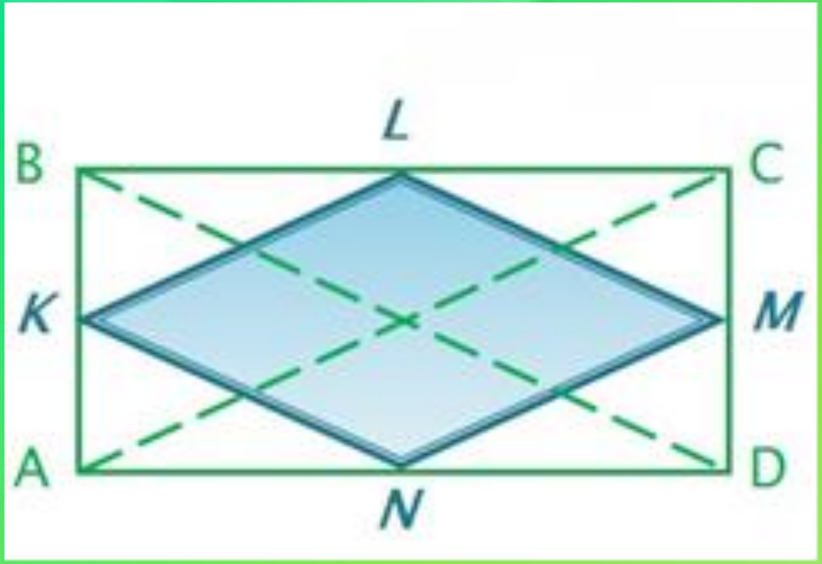


1.2. СЛЕДСТВИЯ ИЗ ТЕОРЕМЫ

- **6. Теорема о бабочках.** Суммы площадей накрест лежащих четырехугольников, образованных пересечением бимедиан *LN* и *KM* выпуклого четырехугольника *ABCD* равны.



ЗАДАЧА № 1



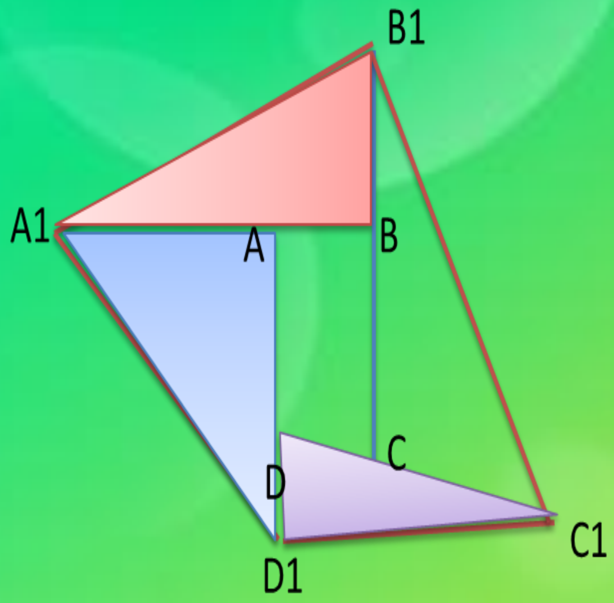
Дано: ABCD-прямоугольник
AB=6см, AD=12см

KLMN- параллелограмм Вариньона.

Найти: площадь KLMN

Задача 6 .

На продолжениях сторон выпуклого четырехугольника ABCD были выбраны точки так, что и точка A находится между A1 и B, точка B – между B1 и C, точка C – между C1 и D, точка D – между D1 и A. докажем, что $S_{A_1B_1C_1D_1} = 5S_{ABCD}$



Решение.

$$S_{ABCD} = S_{ADB} + S_{DBC} = S_{ABC} + S_{ADC}$$
$$S_{A_1B_1C_1D_1} = S_{ABCD} + S_{A_1AD_1} + S_{BB_1A_1} + S_{CB_1C_1} + S_{DD_1C_1}$$
$$S_{AA_1D_1} = 2S_{ABD}$$
$$S_{BB_1C_1} = 2S_{ABC}$$
$$S_{CC_1B_1} = 2S_{DBC}$$
$$S_{DD_1C_1} = 2S_{DBC}$$

Из решенного получаем то, что .

$$S_{A_1B_1C_1D_1} = S_{ABCD} + 2(S_{ADB} + S_{DBC}) + 2(S_{ABC} + 2S_{ADC}) = 5S_{ABCD}$$

Что и требовалось доказать.

- «Крупное научное открытие дает решение крупной проблемы, но в решении любой задачи присутствует крупица открытия»

Д.Пойя